LAHENDUSED 8 KLASS

1. **Vastus: Suur konna läbis 25 meetrit.**

Lahendus:
Olgu suure konna ühe hüppe pikkus a meetrit ja tehku ta teatud aja jooksul n hüpet. Siis väikese konna ühe hüppe pikkus on 0,8a meetrit ja sama aja jooksul teeb ta 1,2n hüpet.

Teada on, et väike konn läbis teatud ajaga 24 meetrit.

Seega $0{,}8a \cdot 1{,}2n = 24$, millest saame, et $0{,}96a \cdot n = 24$, millest $a \cdot n = 25$.

Järelikult suur konna läbis selle ajaga 25 meetrit.

Hindamine:

Võetud kasutusele sobiv tähistus ja avaldatud teise konna hüppe pikkus ja hüpete arv:	3p
Saadud võrdus, milles on võimalik leida suure konna poolt läbitud teepikkust:	2p
Leitud õigesti suure konna poolt läbitud teepikkus:	2p
	7p

Antud ainult õige vastus: 2p

Märkus: Kui on kasutusele võetud konkreetsed arvud, st tehtud oletus, et olgu väikese konna ühe pikkus ja tehtud hüpete arvud on mingid konkreetsed arvud ning nende põhjal õigesti leitud suure konna poolt läbitud teepikkus, anda kogulahenduse ja vastuse eest kokku 5p.

Kui aga ta selgitab/näitab, et konkreetsete arvude kasutamine ei muuda tulemust anda kokku 7p.

2. Vastus: Arv A on 40 võrra suurem arvust B.

Lahendus:

Kuubis mõõtmetega $2 \times 2 \times 2$ on näha igast väikesest kuubikust kolme tahku. Seejuures nende seas ei ole ühtegi paari vastastahke. Kuidas me ka ei kirjutaks, siis leidub kuubiku tipp, mis on ühiseks tahkudele, milledel on igast paarist kõige väiksemad arvud ja igast paarist kõige suuremad arvud. Seega ühel kuubikul näha olevatel tahkudel olevate arvude summa vähim võimalik väärtus on $1 + 3 + 4 = 8$ ja suurim $2 + 5 + 6 = 13$. Seega B on $8 \cdot 8 = 64$ ja A on $8 \cdot 13 = 104$. Seega arv A oleks $104 - 64 = 40$ võra suurem.

Hindamine:

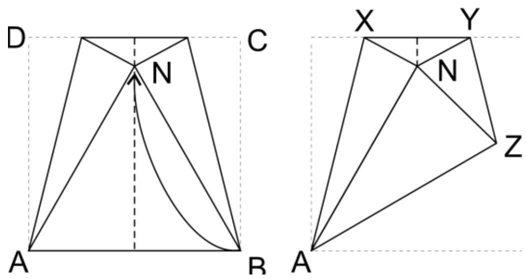
Kirjeldatud või näidatud kuubiku paiknemine kuubis.:	1p
Tähelepanek, et vähima annavad vastastahkude paaride vähimad arvud ja suurima vastastahkude suurimad arvud:	3p
Tehtud õiged arvutused:	3p
	7p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. **Vastus: Nurkade AXY, XYZ, XAZ ja YZA suurused on vastavalt 105°, 105°, 45° ja 105°.**

Lahendus:

Lahendus: Olgu see punkt, kus pärast voltimist tipud C ja D ühtisid N. Sel juhul tekkinud kolmnurk ABN on võrdkülgne, sest selle külgedeks on esialgse ruudu küljed.



Seega $\angle ANB = 60°$. Et nurgad XNA ja YNB on esialgse ruudu nurgad, siis nurk XNY on suurusega $360° - 60° - 2 \cdot 90° = 120°$. Konstruktsiooni tõttu on kolmnurk XNY võrdhaarne ja järelikult

$\angle NYX = \angle NXY = (180° - 120°) : 2 = 30°$.

Konstruktsiooni tõttu on nurgad AXY ja BYX võrdsed ning seejuures AX poolitab nurga DAN ja BY poolitab nurga CBN.

Et kolmnurk ABN on võrdkülgne, siis $\angle DAN = \angle CBN = 90° - 60° = 30°$.

Seega $\angle XAN = \angle YBN = 30° : 2 = 15°$.

Kolmnurgast AXN saame, et $\angle AXN = 180° - 90° - 15° = 75°$.

Seega $\angle AXY = \angle XYZ = 75° + 30° = 105°$.

Kuna tipp B volditakse punkti N ja ABN on võrdkülgne kolmnurk, siis punkt Z on külje keskpunkt ning tekkiv lõik AZ on kolmnurga ABN nurga NAB poolitaja.

Seega $\angle NAZ = 30°$ ja $\angle XAZ = \angle XAN + \angle NAZ = 15° + 30° = 45°$.

Et nurga $\angle XAZ$ suurus on 45° võime märgata ka kohe alguses, sest konstruktsiooni tõttu on see pool täisnurgast.

Nelinurga AZYX nurkade suuruste summa on 360°.

Järelikult $\angle YZA = 360° - 2 \cdot 105° - 45° = 105°$.

Hindamine:

Näidatud, et tekib võrdkülgne kolmnurk:	1p
Leitud nurkade AXY ja XYZ suurused:	3p
Leitud nurga XAZ suurus:	1p
Leitud nurga YZA suurus:	2p
	7p

Ainult õige vastus 2p.

4. **Vastus: x = 4 ja y = 15**

Lahendus:

Paiknegu tabeli tühjades lahtrites arvud A, B, C ja D nii nagu joonisel märgitud.

x	7	A
9	B	y
C	D	20

Sel juhul ülemisest reast saame, et $\frac{x+A}{2}=7$ ehk A = 14 – x ning parempoolsest veerust, et $\frac{20+A}{2}=y$ ehk

A = 2y – 20. Neist kahest saame võrduse 14 – x = 2y – 20, millest x = 34 – 2y.

Diagonaalilt saame, et $\frac{x+20}{2}=B$ ja keskmisest reast et $\frac{9+y}{2}=B$. Neist kahest saame, et x + 20 = 9 + y ehk x = y – 11.

Nüüd kahest saadud võrdusest x = 34 – 2y ja x = y – 11, saame, et 34 – 2y = y – 11, millest 45 = 3y ehk y = 15.

Et x = y – 11, siis x = 15 – 11 = 4.

Kontrollime, et sel juhul tõesti kõik tingimused kogu tabeli kohta on täidetud.

Saame, et A = 10 ja B = 12.

Sel juhul peavad kehtima võrdused $\frac{C+4}{2}=9$ ja $\frac{C+10}{2}=12$ ja $\frac{C+20}{2}=D$.

Kahest esimesest saame, et C = 14. Järelikult D = 17.

Tõepoolest, keskmisest veerust saame, et $B=\frac{7+D}{2}=\frac{7+17}{2}=12$

Hindamine:

Üks tabeli tühjades lahtrites olevatest arvudest on avaldatud arvude x ja y kaudu: 2p

Teine tabeli tühjades lahtrites olevatest arvudest on avaldatud arvude x ja y kaudu: 2p

(Märkus, kui neid avaldamisi on rohkem, mis teevad x ja y leidmise võimalikuks, siis selle osa eest anda ikka kokku 4p)

Nende põhjal leitud arvud x ja y: 2p

Näidatud, et tõesti tabelit on võimalik täita: 1p

7p

Antud ainult õige vastus: 2p

5. **Vastus: ei ole võimalik.**

Lahendus:

Olgu selleks arvuks, mis erineb kõigi ülejäänud arvude summast ühe võrra, X. Sel juhul kõigi tahvlile kirjutatud arvude summa on kas $X + X + 1 = 2X + 1$ või $X + X – 1 = 2X – 1$. Mõlemal juhul saame, et kõigi arvude summa on paaritu.

Oletame nüüd, et leidub arv või arvud, millede summa erineb kõigi ülejäänud arvude summast 10 võrra. Olgu selleks summaks Y. Siis tahvlil olevate ülejäänud arvude summa oleks $Y + Y + 1 = 2Y + 10$ või $Y + Y + 1 = 2Y – 10$. Näeme, et sel juhul peaks tahvlil olevate kõikide arvude summa olema paarisarv. Tekib vastuolu ja järelikult selline olukord ei ole võimalik.

Hindamine:

Näidatud, et tahvlil olevate kõikide arvude summa on paaritu:	3p
Näidatud, et kui see erineks 10 võrra, siis peaks olema kõikide arvude summa paaris:	3p
Tehtud õige järeldus:	1p
	7p

Kui on tehtud vaid mõned näited ja selle põhjal järeldus, et ei ole võimalik, siis 0p

Kui aga mõnedest näidetest on tehtud tähelepanekud ja järeldused paarsuse kohta, siis nende järelduste eest anda kuni 2p (näitest või näidetest ei saa teha üldist järeldust – tuleb ikkagi näidata ja selgitada, miks see üldjuhul kehtib)

Ainult vastus, et ei ole võimalik: 0p